

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

---

УДК 519.24; 53; 57.017

DOI 10.21685/2072-3059-2018-1-1

*В. И. Волчихин, А. И. Иванов, А. И. Газин, Ю. И. Серикова*

## ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ ДАННЫХ ОБЫЧНЫХ ГИСТОГРАММ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ВЫХОДНЫХ СОСТОЯНИЙ ХИ-КВАДРАТ МОЛЕКУЛЫ ДЛЯ МАЛЫХ ВЫБОРОК

### **Аннотация.**

*Актуальность и цели.* Целью работы является оценка информативности биометрических данных, представленных обычными гистограммами и сильно прореженными гистограммами, являющимися спектральными линиями на выходе хи-квадрат математической молекулы.

*Материалы и методы.* При синтезе гистограмм из 7 столбцов на выборке в 21 пример биометрического образа используется специальное условие, по которому математическое ожидание выборки точно размещается в центре центрального столбца гистограммы. В этом случае выходной спектр хи-квадрат молекулы становится дискретным и имеет 415 спектральных линий значимой амплитуды. В статье предложено оценивать взаимную информативность столбцов гистограмм и линий спектра для нормального и равномерного законов распределения значений.

*Результаты.* Оказалось, что информативность 7 столбцов обычной гистограммы всегда меньше 10,71 бит. При том же правиле вычисления информативности 218 спектральных линий хи-квадрат молекулы составляет 536,5 бита. Наблюдается более чем 50-кратный рост информативности данных малых выборок, если отказаться от традиционного применения хи-квадрат критерия.

*Выводы.* Потенциал анализа выходного дискретного спектра хи-квадрат молекулы намного выше, чем потенциал обычной статистической обработки данных по хи-квадрат критерию. Вместо 7 столбцов гистограммы получается сильно прореженная гистограмма с 415 столбцами, при этом уровни средней информативности столбцов обычной гистограммы – 1,53 бита, а средней информативности спектральных линий (сильно прореженной гистограммы) – 1,29 бита. Информативность параметров обработки данных оказывается сопоставимой.

**Ключевые слова:** дискретный спектр состояний хи-квадрат молекулы, статистический анализ малых выборок, связь непрерывной и дискретной плотностей распределений хи-квадрат критерия.

*V. I. Volchikhin, A. I. Ivanov, A. I. Gazin, Yu. I. Serikova*

## EVALUATION OF DATA INFORMATIVITY OF NORMAL HISTOGRAM AND SPECTRAL LINE OF OUTPUT STATES CHI-SQUARE MOLECULES FOR SMALL SELECTIONS

**Abstract.**

*Background.* The research goal is to evaluate the informativeness of biometric data represented by usual histograms and strongly thinned histograms, which are the spectral lines at the chi-square output of a mathematical molecule.

*Materials and methods.* When synthesizing histograms from 7 columns on a sample 21 an example of a biometric image a special condition is used. The mathematical expectation of the sample is accurately placed in the center of the central column of the histogram. In this case, the output spectrum. The chi-square of the molecule becomes discrete and has 415 spectral lines of significant amplitude. In the article, it is suggested to evaluate the mutual informativity of the columns of histograms and spectral lines for the normal and even-dimensional laws of distribution of values.

*Results.* It turned out that the informativeness of 7 columns of the usual histogram is always less than 10.71 bits. With the same rule for computing the informativeness of 218 spectral lines, the chi-square of the molecule is 536.5 bits. There is more than a 50-fold increase in the information content of these small samples, if we abandon the traditional application of the chi-square criterion.

*Conclusions.* The potential of analysis of the output discrete spectrum of the chi-square molecule is much higher than the potential of the usual statistical processing of the chi-square test data. In place of the 7 columns of the histogram, a heavily decimated histogram with 415 columns is obtained, while the average informativity of the columns of the usual histogram is 1.53 bits, and the average information of the spectral lines (strongly thinned histogram) is -1.29 bits. Informative data processing parameters are comparable.

**Key words:** discrete spectrum of molecule hi-square state, statistical analysis of small samples, connection of continuous and discrete densities of chi-square distribution criterion.

**Проблема корректного статистического описания малых выборок**

При автоматическом обучении нейросетевых преобразователей биометрия-код алгоритмом ГОСТ Р 52633.5 [1] требуется порядка 20 примеров образа «Свой». Если примеры корректны, то их распределение по каждому из биометрических параметров близко к нормальному закону распределения. Для того чтобы проверить нормальность закона распределения значений, можно воспользоваться классическим хи-квадрат критерием [2, 3]. К сожалению, вычислить хи-квадрат критерий с доверительной вероятностью 0,01 можно только на большой выборке в 400 опытов [3].

Строя эмпирическую гистограмму, число столбцов (рис. 1) надо выбирать таким образом, чтобы в каждый из столбцов (в каждый из интервалов) попадало несколько опытов. Так, если выборка состоит из 21 опыта при 7 интервалах гистограммы, в среднем в каждый из интервалов будет попадать по 3 опыта.

В случае «плохих» данных их распределение оказывается близко к равномерному закону. То есть при анализе качества исходных данных мы вынуждены рассматривать две альтернативы и оценивать близость эмпирического распределения (эмпирических гистограмм) к нормальному или равномерному законам распределения значений (рис. 1).

Популярность хи-квадрат критерия обусловлена тем, что для больших выборок в 1900 г. Пирсоном было найдено аналитическое описание плотностей распределения значений хи-квадрат критерия:

$$p(\chi, m) = \frac{1}{2^{\frac{m}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \cdot \chi^{\left(\frac{m}{2}-1\right)} \cdot e^{-\frac{\chi}{2}}, \quad (1)$$

где  $m$  – число степеней свободы, зависящее от выбранного числа интервалов гистограммы;  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция Эйлера.

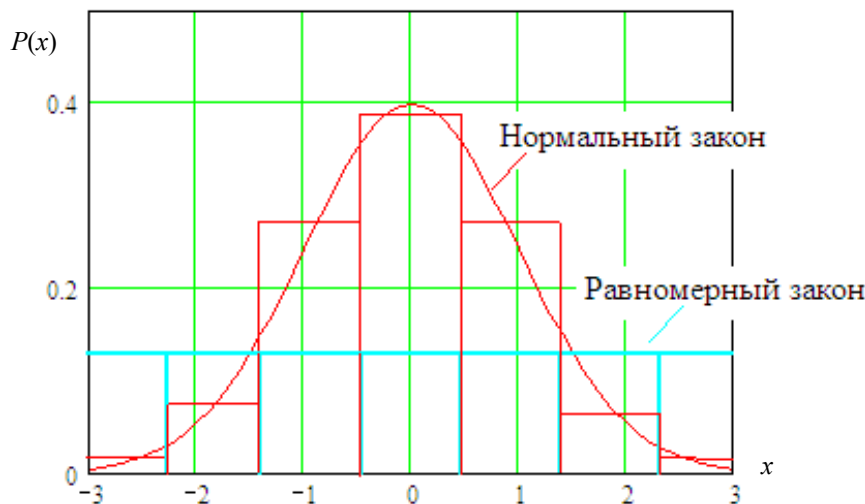


Рис. 1. Представление нормального и равномерного законов распределения гистограммой, состоящей из 7 столбцов

Заметим, что проблему малых выборок для хи-квадрат критерия можно решить средствами численного моделирования. Для гистограмм с 7 интервалами хи-квадрат критерий будет вычисляться следующим образом:

$$\chi^2 = 21 \cdot \sum_{i=1}^7 \frac{\left(\frac{n_i}{21} - P_i\right)^2}{P_i}, \quad (2)$$

где  $n_i$  – число опытов, попавших в  $i$ -й интервал гистограммы;  $P_i$  – вероятность попадания в  $i$ -й интервал гистограммы теоретического (проверяемого) распределения значений.

Для того чтобы численно получить распределения значений  $p(\chi^2)$ , необходимо воспользоваться программным генератором псевдослучайных чисел и создать с его помощью миллион выборок по 21 опыту. Далее следует для каждого опыта построить свою гистограмму и рассчитать по ее данным миллион значений хи-квадрат критерия (2). В итоге мы получим два распределения, отображенных на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что распределения хи-квадрат критерия для нормального закона и равномерного закона достаточно хорошо разделены. Равное значение вероятностей ошибок первого и второго рода составляет 0,014 при положении порога принятия решения  $\chi^2 = 17,8$ .

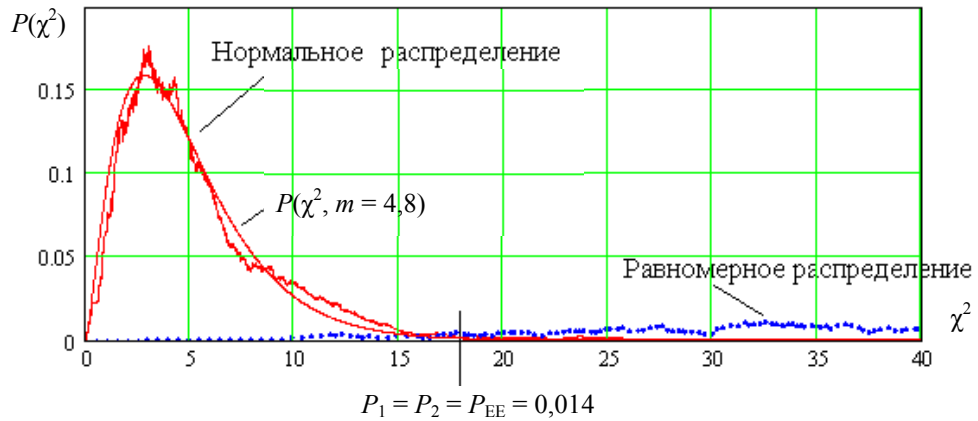


Рис. 2. Распределения значений хи-квадрат критерия для нормального и равномерного законов распределения значений при выборке в 21 пример и гистограмме с 7 интервалами

Если использовать аналитическое описание Пирсона (1) для приближения хи-квадрат распределения значений для выборок в 21 пример, то число степеней свободы оказывается дробным  $m = 4,8$ . Дробность, или, другими словами, фрактальность числа степеней свободы, является одним из значимых следствий использования малых выборок. Если пользоваться этой аппроксимацией, то значение одинаковых вероятностей ошибок первого и второго рода снижается до величины  $P_1 = P_2 = P_{EE} = 0,003$ .

Следует отметить, что ошибки стандартного применения хи-квадрат критерия на малых выборках прежде всего обусловлены дефектом размерности  $\Delta m = 0,8$ . Если опираться на классику [2, 3], то для гистограмм с 7 столбцами число степеней свободы хи-квадрат распределения (2) должно быть  $7 - 3 = 4$ . Естественно, что с ростом числа примеров в тестовой выборке  $n \rightarrow \infty$  дефект размерности монотонно падает  $\Delta m \rightarrow 0$ .

### Оценка информативности параметров обычной гистограммы

При сравнении гистограмм разных законов распределения значений информативность того или иного участка гистограмм определяется соотношением ожидаемых вероятностей. Если на некотором интервале вероятности одинаковы, то информативность этого участка оказывается нулевой. Таким образом, мы можем оценивать информативность столбцов гистограмм, сравниваемых законов распределения значений как модуль разности логарифмов их вероятности:

$$I = \sum_{i=1}^7 |\log_2(P_{i,n}) - \log_2(P_{i,r})|, \quad (3)$$

где  $P_{i,n}$  – вероятность попадания в  $i$ -й столбец гистограммы данных с нормальным законом распределения значений;  $P_{i,r}$  – вероятность попадания в  $i$ -й столбец гистограммы данных с равномерным законом распределения значений.

Оценка информативности (3) зависит в основном от числа столбцов сравниваемых гистограмм. При сравнении нормального и равномерного законов распределения значений информативность, вычисленная по (3), составляет 10,7 бит. Такая информативность эквивалента равновероятным значениям ошибок первого и второго рода  $P_{EE} = 2^{-10,7} \approx 0,0004$ . Можно утверждать, что оценки вероятности ошибок первого и второго рода через информативность данных гистограмм и оценка путем применения гладкого (непрерывного) значения хи-квадрат критерия (2) близки.

**Использование дополнительной синхронизации хи-квадрат критерия, переход к дискретным выходным спектрам хи-квадрат молекулы**

Ранее было обнаружено [4–8], что на малых выборках хи-квадрат критерий имеет дискретный характер спектра своих выходных состояний. Для того чтобы проявить эту закономерность для гистограммы с 7 интервалами, необходимо осуществить центрирование и нормирование обрабатываемых данных:

$$\tilde{x} = \frac{x - E(x)}{\sigma(x)}, \tag{4}$$

где  $E(x)$  – математическое ожидание малой выборки;  $\sigma(x)$  – стандартное отклонение данных в малой выборке.

В новой системе координат ширина интервалов гистограммы должна составлять:

$$\tilde{x}_{i+1} - \tilde{x}_i = \Delta\tilde{x} = \frac{6,2}{7} \approx 0,886 \text{ при } i = 1, 2, \dots, 6. \tag{5}$$

Границы между интервалами гистограммы  $\tilde{x}_i$  принимают значения  $-2,143, -1,286, -0,429, +0,429, +1,286, +2,143$ . При таких параметрах синхронизации данных выходной спектр хи-квадрат критерия дает спектр, состоящий примерно из 415 наиболее значимых линий (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что амплитуда линий двух спектров различна, т.е. к ним может применено правило оценки информативности:

$$I = \sum_{i=1}^{281} \left| \log_2(P_{i,n}) - \log_2(P_{i,r}) \right|, \tag{6}$$

где 281 – число спектральных линий с одинаковым значением хи-квадрат критерия со значимыми вероятностями появления линий двух спектров:

$$\begin{cases} P_{i,n} \geq 0,0001, \\ P_{i,r} \geq 0,0001. \end{cases} \tag{7}$$

Необходимость в ограничении числа учитываемых линий спектра (6) и проверки условия (7) обусловлена тем, что при увеличении масштаба дискретных спектров (рис. 3) они имеют вид гистограммы с 415 столбцами вероятностей и нулевыми вероятностями появления промежуточных состояний между столбцами, как это показано на рис. 4.

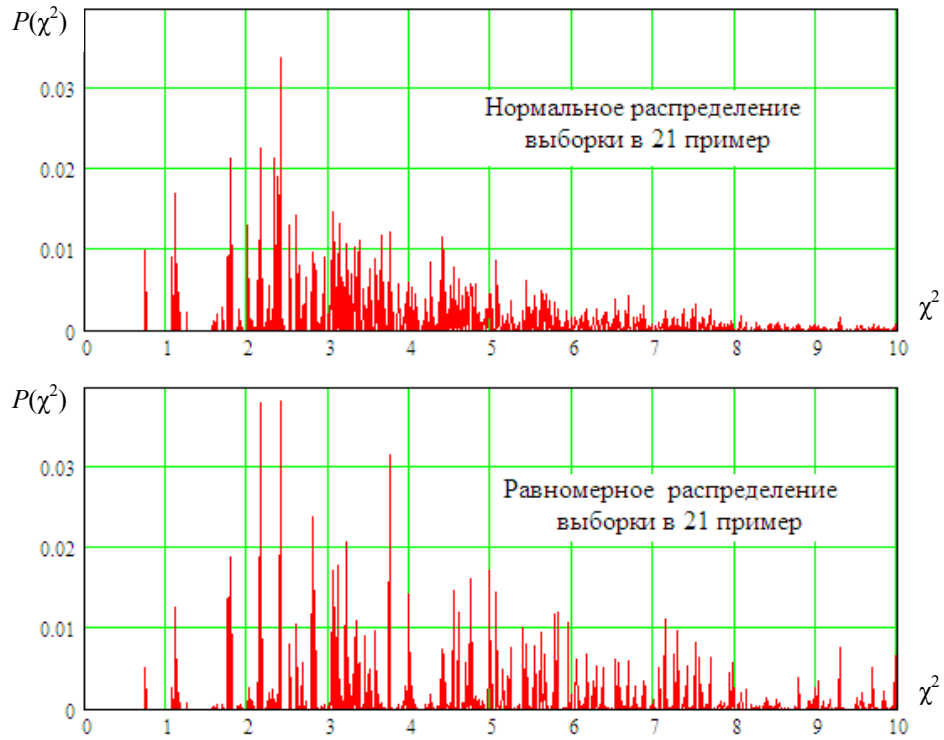


Рис. 3. Спектральные линии выходных состояний хи-квадрат критерия (2) для данных с нормальным и равномерным распределением

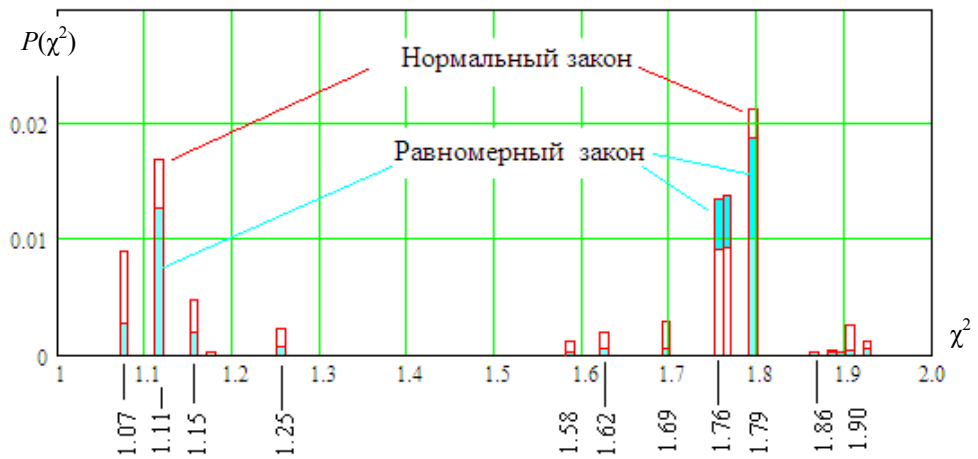


Рис. 4. Два совмещенных хи-квадрат спектра состояний в интервале непрерывных значений хи-квадрат критерия от 1 до 2 (16 линий спектра нормального закона без заливки столбцов и 15 линий, наблюдаемых в спектре равномерного закона с заливкой столбцов)

Условие (7) фактически делает переход к логарифмическим преобразованиям (6) корректным. Исключаются вычисления при нулевых вероятностях событий и отбрасываются слишком редкие события. В итоге получается спектр информативности выходных состояний хи-квадрат критерия, приведенный на рис. 5.

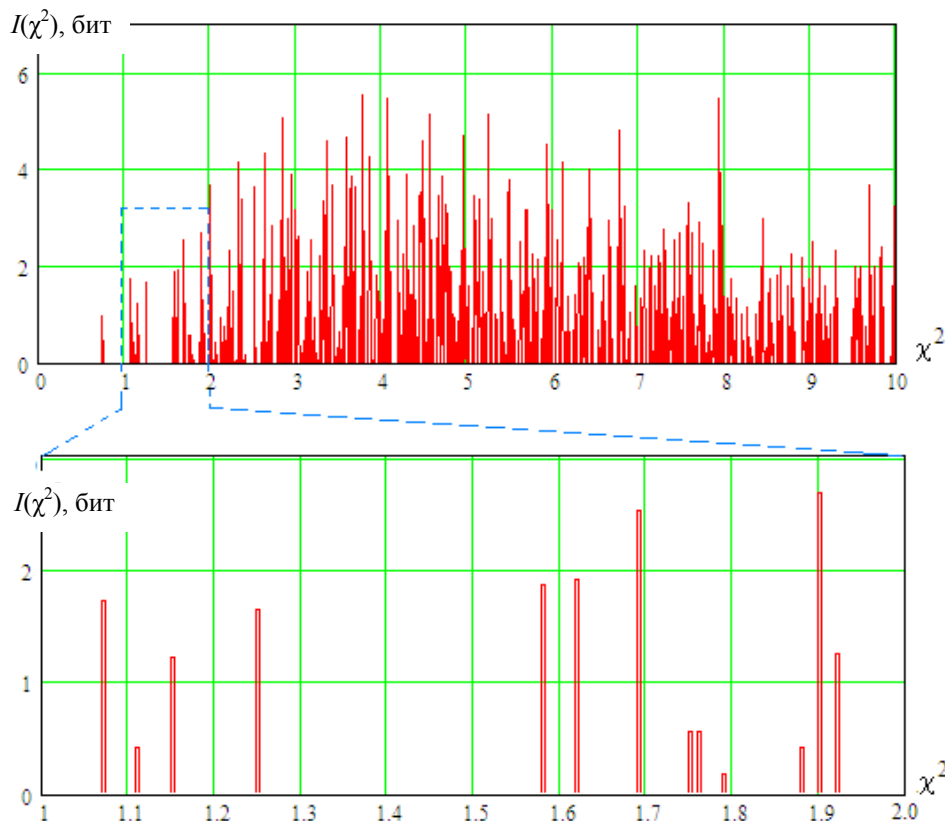


Рис. 5. Спектр амплитуд информативности выходных состояний хи-квадрат критерия для малой выборки в 21 опыт

Если сравнить данные рис. 4 и данные в нижней части рис. 5, то можно убедиться в исчезновении части информации. На рис. 5 мы видим 16 столбцов, а в нижней части рис. 5 мы видим только 13 столбцов. Три столбца исчезло, так как для них не выполняются условия (7). После прореживания спектральных линий выходных состояний хи-квадрат критерия вычисление их суммарной информативности дает величину 536,5 бита.

Заметим, что дискретный характер выходных состояний хи-квадрат критерия делает эту математическую конструкцию эквивалентной некоторой математической молекуле [5–8].

Химическую молекулу водорода, существующую в реальном физическом пространстве, роднит с хи-квадрат математической молекулой наличие у этих объектов выходных спектров. Соответственно и к тем, и к другим объектам может быть применен спектральный анализ [6–9]. При этом известно, что в аналитической химии анализ непрерывных спектров веществ [10] позволяет обнаруживать примеси на уровне только 0,1 %. Если же перейти к более глубокому анализу спектральных линий атомов и молекул [11, 12], то удастся обнаружить примеси, составляющие 0,0000001 % от объема пробы. Наблюдается многократный рост чувствительности методов анализа (рост от 5 до 9 десятичных порядков). Именно столь высокая чувствительность и привела к широкому применению методов дискретного спектрального анализа в криминалистике, аналитической химии, астрофизике, металлургии и др.

Основной целью данной работы является оценка скачка числа информативных признаков при переходе от классического статистического анализа, учитывающего всего 7 информативных признаков (непрерывный спектр без видимых провалов, рис. 2) к более «глубокому» статистическому анализу сотен линий дискретного спектра хи-квадрат молекулы (всплески спектральных линий на фоне полного отсутствия данных между ними, рис. 3).

**Формирование большого числа частных выборок  
путем случайного устранения части примеров  
из единственной генеральной выборки (рандомизация)**

Приведенные выше значения информативности 7 параметров непрерывного статистического анализа (3) и дискретного статистического анализа 281 признака (6) построены на достаточно больших выборках. Для реализации подобных оценок придется долго копить информацию, что не всегда возможно на практике. В частности, в приложениях биометрии требовать многократного предъявления пользователем множества выборок по 21 примеру образа «Свой» нельзя. По условиям обучения [1] нельзя требовать повторения опытов.

Тем не менее мы имеем право воспользоваться рандомизацией данных. Например, мы можем понизить размер выборки с 21 опыта до 20 опытов, отбрасывая из исходной генеральной выборки по одному опыту. При этом мы получим 21 выборку меньшего размера. Увеличивая число отбрасываемых из генеральной выборки опытов, мы увеличиваем число вариантов выборок:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{21}^1 = 21, \\ C_{21}^1 + C_{21}^2 = 231, \\ \dots \\ C_{21}^1 + C_{21}^2 + \dots + C_{21}^k = \sum_{i=1}^k \frac{k!}{k!(21-k)!} \end{array} \right. \quad (8)$$

Если отбрасывать по 4 случайно выбранных опыта из генеральной выборки в 21 опыт, то мы получим 210 995 разных частных выборок по 16 опытов. Для каждой из этих выборок может быть построен свой хи-квадрат критерий. Именно для этого случая выведено условие (7), предполагающее учет только тех событий, чья вероятность появления достаточно надежно оценивается на выборке в 211 тысяч опытов. Естественно, что для множества выборок по 16 опытов мы получим спектр хи-квадрат с меньшим числом спектральных линий. Именно в силу этой причины оценка информативности спектров в 536,5 бит для выборки в 21 опыт является избыточной (оценка сверху).

**Заключение**

Аналоговая обработка данных, как правило, оказывается менее точной в сравнении с цифровой обработкой. В этом отношении, какие бы мы методы статистической обработки непрерывных спектров не применяли, мы всегда будем контролировать малое число параметров и будем получать оценки от-



носителем низкой точности. Более того, попытки создать гибриды аналоговой и цифровой (дискретной) статистической обработки [13] всегда будут давать некоторое улучшение, но кардинально не могут решить проблему малых выборок.

По мнению авторов данной статьи, аналоговая статистическая обработка непрерывных распределений вероятностей должна быть дополнена более «глубокой» статистической обработкой дискретных спектров состояний хи-квадрат молекул. Именно этот путь в прошлом веке прошли: физика, химия, криминалистика. В этом веке тот же путь перехода от непрерывных спектров состояний к дискретным спектрам состояний хи-квадрат молекулы, корреляционной молекулы [14], нейросетевой молекулы [15] должна пройти математическая статистика малых выборок. На данный момент необходимость в создании подобных более эффективных процедур статистической обработки данных ощущается в биометрических приложениях. Однако, если подобные процедуры удастся построить и обосновать, то они найдут применение в других прикладных приложениях.

### *Библиографический список*

1. ГОСТ Р 52633.5–2011. Защита информации. Техника защиты информации. Автоматическое обучение нейросетевых преобразователей биометрия-код доступа. – М., 2011.
2. **Кобзарь, А. И.** Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – М. : Физматлит, 2006. – 816 с.
3. Р 50.1.037–2002. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Ч. I. Критерии типа  $\chi^2$ . Госстандарт России. – М., 2001. – 140 с.
4. **Ахметов, Б. Б.** Дискретный характер закона распределения хи-квадрат критерия для малых тестовых выборок / Б. Б. Ахметов, А. И. Иванов, Н. И. Серикова, Ю. В. Фунтикова // Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан. – Алматы, 2015. – № 1. – С. 17–25.
5. The Family of Chi-Square Molecules Pearson: Software-Continuum Quantum Accelerators of High-Dimensional Calculations / B. Akhmetov, A. Ivanov, A. Gilmutdinov, A. Bezyaev, Y. Funtikova // International Conference on New Directions in Multidisciplinary Research & Practice (NDMRP-15-265). Global Illuminators (April 22, 2015). – Istanbul, Turkey, 2015.
6. **Кулагин, В. П.** Циклические континуально-квантовые вычисления: усиление мощности хи-квадрат критерия на малых выборках / В. П. Кулагин, А. И. Иванов, А. И. Газин, Б. Б. Ахметов // Аналитика. – 2016. – № 5 (30). – С. 22–29.
7. Перспективы создания циклической континуально-квантовой хи-квадрат машины для проверки статистических гипотез на малых выборках биометрических данных и данных иной природы / В. И. Волчихин, А. И. Иванов, Д. В. Пашенко, Б. Б. Ахметов, С. Е. Вятчанин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2017. – № 1 (41). – С. 5–15.
8. **Иванов, А. И.** Многомерная нейросетевая обработка биометрических данных с программным воспроизведением эффектов квантовой суперпозиции / А. И. Иванов. – Пенза : АО «ПНИЭИ», 2016. – 133 с. URL: <http://пниэи.рф/activity/science/BOOK16.pdf>
9. Conditions of obtaining the discrete kurtosis spectrum of statistical distributions of biometric data for small samples / V. I. Volchikhin, A. I. Ivanov, A. I. Gazin, A. G. Bannih // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – Vol. 4, № 4. – 2017. – P. 53–63.

10. **Ельяшев, М. А.** Атомная и молекулярная спектроскопия. Общие вопросы спектроскопии / М. А. Ельяшев. – М. : Издательство URSS, 2014. – 246 с.
11. **Ельяшев, М. А.** Атомная и молекулярная спектроскопия. Молекулярная спектроскопия / М. А. Ельяшев. – М. : Изд-во URSS, 2015. – 528 с.
12. **Ельяшев, М. А.** Атомная и молекулярная спектроскопия. Атомная спектроскопия / М. А. Ельяшев. – М. : Изд-во URSS, 2018. – 416 с.
13. **Иванов, А. И.** Усиление мощности хи-квадрат критерия при десятикратном увеличении числа степеней свободы статистических вычислений на малых тестовых выборках / А. И. Иванов, Б. Б. Ахметов, Ю. И. Серикова // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 4 (16). – С. 121–127.
14. **Волчихин, В. И.** Квантовая суперпозиция дискретного спектра состояний математической молекулы корреляции для малых выборок биометрических данных / В. И. Волчихин, А. И. Иванов, А. В. Сериков, Ю. И. Серикова // Вестник Мордовского университета. – 2017. – Т. 27, № 2. – С. 230–243.
15. **Волчихин, В. И.** Нейросетевая молекула: решение обратной задачи биометрии через программную поддержку квантовой суперпозиции на выходах сети искусственных нейронов / В. И. Волчихин, А. И. Иванов // Вестник Мордовского университета. – 2017. – Т. 27, № 4. – С. 518–523.

### **References**

1. *GOST R 52633.5–2011. Zashchita informatsii. Tekhnika zashchity informatsii. Avtomaticheskoe obuchenie neyrosetevykh preobrazovateley biometriya-kod dostupa* [State Standard GOST R 52633.5–2011. Information protection. Information protection technique. Automatic learning of neural network "biometrics-access code" converters]. Moscow, 2011.
2. Kobzar' A. I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Applied mathematical statistics. For engineers and researchers]. Moscow: Fizmatlit, 2006, 816 p.
3. *R 50.1.037–2002. Rekomendatsii po standartizatsii. Prikladnaya statistika. Pravila proverki soglasiya opytnogo raspredeleniya s teoreticheskim. Ch. I. Kriterii tipa  $\chi^2$ . Gosstandart Rossii* [Recommendations for standardization. Applied statistics. Rules for verifying the agreement of the experimental distribution with the theoretical distribution. Part I. Criteria of the type  $\chi^2$ . State standard of Russia]. Moscow, 2001, 140 p.
4. Akhmetov B. B., Ivanov A. I., Serikova N. I., Funtikova Yu. V. *Vestnik Natsional'noy akademii nauk Respubliki Kazakhstan* [Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan]. Almaty, 2015, no. 1, pp. 17–25.
5. Akhmetov B., Ivanov A., Gilmutdinov A., Bezyaev A., Funtikova Y. *International Conference on New Directions in Multidisciplinary Research & Practice (NDMRP-15-265). Global Illuminators (April 22, 2015)*. Istanbul, Turkey, 2015.
6. Kulagin V. P., Ivanov A. I., Gazin A. I., Akhmetov B. B. *Analitika* [Analytics]. 2016, no. 5 (30), pp. 22–29.
7. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Pashchenko D. V., Akhmetov B. B., Vyatchanin S. E. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Поволжский регион. Tekhnicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Engineering sciences]. 2017, no. 1 (41), pp. 5–15.
8. Ivanov A. I. *Mnogomernaya neyrosetevaya obrabotka biometricheskikh dannykh s programnym vosproizvedeniem effektorov kvantovoy superpozitsii* [Multidimensional neural network processing of biometric data with software reproduction of quantum superposition effects]. Penza: AO «PNIEI», 2016, 133 p. Available at: <http://pniei.pf/activity/science/BOOK16.pdf>
9. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Gazin A. I., Bannih A. G. *Journal of Computational and Engineering Mathematics*. 2017, vol. 4, no. 4, pp. 53–63.

10. El'yashev M. A. *Atomnaya i molekulyarnaya spektroskopiya. Obshchie voprosy spektroskopii* [Atomic and molecular spectroscopy. General questions of spectroscopy]. Moscow: Izdatel'stvo URSS, 2014, 246 p.
  11. El'yashev M. A. *Atomnaya i molekulyarnaya spektroskopiya. Molekulyarnaya spektroskopiya* [Atomic and molecular spectroscopy. Molecular spectroscopy]. Moscow: Izd-vo URSS, 2015, 528 p.
  12. El'yashev M. A. *Atomnaya i molekulyarnaya spektroskopiya. Atomnaya spektroskopiya* [Atomic and molecular spectroscopy. Atomic spectroscopy]. Moscow: Izd-vo URSS, 2018, 416 p.
  13. Ivanov A. I., Akhmetov B. B., Serikova Yu. I. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem* [Safety and quality of complex systems]. 2016, no. 4 (16), pp. 121–127.
  14. Volchikhin V. I., Ivanov A. I., Serikov A. V., Serikova Yu. I. *Vestnik Mordovskogo universiteta* [Bulletin of Mordovia State University]. 2017, vol. 27, no. 2, pp. 230–243.
  15. Volchikhin V. I., Ivanov A. I. *Vestnik Mordovskogo universiteta* [Bulletin of Mordovia State University]. 2017, vol. 27, no. 4, pp. 518–523.
- 

**Волчихин Владимир Иванович**

доктор технических наук, профессор,  
президент Пензенского государственного  
университета (Россия, г. Пенза,  
ул. Красная, 40)

E-mail: president@pnzgu.ru

**Volchikhin Vladimir Ivanovich**

Doctor of engineering sciences, professor,  
the President of Penza State University  
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Иванов Александр Иванович**

доктор технических наук, доцент,  
начальник лаборатории биометрических  
и нейросетевых технологий,  
Пензенский научно-исследовательский  
электротехнический институт (Россия,  
г. Пенза, ул. Советская, 9)

E-mail: ivan@pniei.penza.ru

**Ivanov Aleksandr Ivanovich**

Doctor of engineering sciences, associate  
professor, head of the laboratory  
of biometric and neural network  
technologies, Penza Research Institute  
of Electrical Engineering (9 Sovetskaya  
street, Penza, Russia)

**Газин Алексей Иванович**

кандидат технических наук, доцент,  
кафедра информатики, информационных  
технологий и защиты информации,  
Липецкий государственный  
педагогический университет  
имени П. П. Семенова-Тян-Шанского  
(Россия, г. Липецк, ул. Ленина, 42)

E-mail: alexey\_82@mail.ru

**Gazin Aleksey Ivanovich**

Candidate of engineering sciences, associate  
professor, sub-department of informatics,  
information technologies and information  
protection, Lipetsk State Pedagogical  
P. Semenov-Tyan-Shansky University  
(42 Lenina street, Lipetsk, Russia)

**Серикова Юлия Игоревна**

аспирант, Пензенский государственный  
университет (Россия,  
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: julia-ska@yandex.ru

**Serikova Yuliya Igorevna**

Postgraduate student, Penza State  
University (40 Krasnaya street,  
Penza, Russia)

УДК 519.24; 53; 57.017

**Волчихин, В. И.**

**Оценка информативности данных обычных гистограмм и спектральных линий выходных состояний хи-квадрат молекулы для малых выборок / В. И. Волчихин, А. И. Иванов, А. И. Газин, Ю. И. Серикова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2018. – № 1 (45). – С. 5–16. – DOI 10.21685/2072-3059-2018-1-1.**